

DOI: 10.7652/xjtuxb201306003

利用小波系数上下文建模的 Bayesian 压缩感知重建算法

侯兴松, 孙锦强

(西安交通大学电子与信息工程学院, 710049, 西安)

摘要: 针对目前压缩感知图像重建算法没有充分利用图像小波系数尺度内相关性的缺点,提出一种上下文建模的 Bayesian 压缩感知重建(CBCS)算法。该算法假定图像的小波系数服从参数未知的 spike-and-slab 概率模型,先通过一种新的上下文建模方法得到待估计小波系数邻域内的上下文矢量,然后根据待估计系数与上下文矢量的相关性及其父亲系数的状态,推测待估计系数为显著系数的概率,最后根据待估计系数的概率,采用马尔科夫链-蒙特卡洛采样的 Bayesian 推理从观测向量中恢复出图像的小波系数,进而得到重建图像。实验结果表明,CBCS 算法可以自适应于图像内容的变化,与仅利用尺度间相关性的小波树结构的压缩感知重建算法相比,在 0.9 的采样率下,重构性能最大可提高近 2 dB。

关键词: 上下文建模;压缩感知;图像重建;Bayesian 推理

中图分类号: TN914.42 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2013)06-0012-06

A Bayesian Compressive Sensing Reconstruction Algorithm Using Wavelet-Domain Context Modeling

HOU Xingsong, SUN Jinqiang

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: A novel Bayesian compressive sensing image reconstruction algorithm based on the context modeling is proposed to solve the problem that the intrascale dependencies of image's wavelet coefficients is not fully exploited by the compressive sensing reconstruction algorithm. It is assumed that the wavelet coefficients of image obey a spike-and-slab probability model. Context vectors in the current coefficient's neighborhood are obtained through a new context modeling method. Then, the significant probability of current coefficient is estimated according to the dependencies of the context vector with the current coefficient and the state of parent coefficient. Finally, the image's wavelet coefficients is recovered from the observation vector based on the significant probabilities of the image's wavelet coefficients by using a Bayesian inference via Markov chain Monte Carlo sampling, thus, the reconstruction image is generated. Since the spike-and-slab probability model with context modeling is adaptive to the spatial changes of the images, experimental results and comparisons with Bayesian tree-structured wavelet compressive sensing algorithm which only uses the interscale dependencies show that the proposed algorithm improves the peak-signal-to-noise-ratio nearly by 2 dB at the sampling rate of 0.9.

Keywords: context modeling; compressive sensing; image reconstruction; Bayesian inference

经典的压缩感知重建算法如匹配追踪算法 (MP)^[1]、正交匹配追踪算法 (OMP)^[2]、CoSaMP 算法^[3]等大都属于贪婪迭代算法,这些算法认为信号在稀疏基上的分解系数是独立同分布的。但是,图像的小波变换系数往往是统计相关的,具体体现在小波系数在尺度间具有衰减特性,在尺度内具有聚类特性^[4]。如果能够在压缩感知重建算法中充分利用小波系数的相关性,将会使压缩感知重建算法的性能得到明显的提升。

如何利用小波系数间存在的相关性来提高压缩感知重建算法的性能,已经引起了广泛的关注。比如,Model-Based CoSaMP (MBC)算法^[5]和小波树结构的压缩感知(TSW-CS)^[6]算法都利用了小波系数尺度间的衰减性。文献[7]提出的算法在压缩感知重建中利用了小波系数尺度内的相关性。文献[8]提出的 WLH-CS 算法基于小波零树结构的基础,在高频子带内利用当前系数在 3×3 邻域内的相关性,从而综合利用了小波系数在尺度间和尺度内的相关性。以上这些算法虽然在一定程度上提高了算法的性能,但文献[5-6]没有利用小波系数尺度内的聚类特性,文献[7]没有利用小波系数尺度间的衰减性,文献[8]在利用小波系数尺度内的相关性时,没有考虑方向性。

本文深入研究了如何在压缩感知重建算法中利用尺度内的相关性,通过适当的上下文建模,使得小波系数的先验分布充分考虑了各个方向上、不同尺度内小波系数的相关性,使其与图像内容的变化更为吻合,最终减小了重建算法的搜索空间,使重建算法性能得到了提升。

1 基于上下文建模的图像小波系数的先验模型

1.1 图像小波系数的先验模型

Bayesian 压缩感知重建算法的成功依赖于设计合理的小波系数概率分布模型。本文使用 spike-and-slab 分布^[9]作为小波系数的先验分布,根据邻域内小波系数的上下文和当前系数的父亲系数的状态来预测当前系数的状态。其中,邻域内的上下文通过一种新颖的上下文建模方法得到。这样,图像的小波系数在尺度内和尺度间的相关性就被充分地应用到了小波系数的先验模型中

$$x_i \sim (1 - \pi_i)\delta_0 + \pi_i\mathcal{N}(0, \alpha_s^{-1}), \quad i = 1, 2, \dots, P \quad (1)$$

$$\pi_i = \begin{cases} \pi_s, & s = 1 \\ \pi_{s,b}^{f,c}, & 2 \leq s \leq L, s \in \mathbf{Z}, f = 0 \\ & \text{或 } 1, 0 \leq c \leq C, c \in \mathbf{Z} \end{cases} \quad (2)$$

式中: x_i 表示第 i 个小波系数; P 为小波系数的个数; δ_0 是一个 0 点的 Dirac 函数; $\mathcal{N}(0, \alpha_s^{-1})$ 是一个均值为 0、方差为 α_s^{-1} 的高斯分布; π_i 是小波系数 x_i 为显著系数的概率; π_s 是当尺度 $s=1$ 时小波系数显著的概率; L 是小波分解级数; C 是上下文矢量的个数; $\pi_{s,b}^{f,c}$ 是当小波系数属于尺度 s 、其父亲系数的状态为 f 、尺度内上下文矢量的编号为 c 、且该小波系数在子带 b 内时的显著概率。

π_s 和 $\pi_{s,b}^{f,c}$ 由不同参数的 B 函数估计得到

$$\pi_s = B(M_1, N_1), \quad s = 1 \quad (3)$$

$$\pi_{s,b}^{f,c} = B(M_{s,b}^{f,c}, N_{s,b}^{f,c}), \quad 2 \leq s \leq L, s \in \mathbf{Z}, \\ f = 0 \text{ 或 } 1, 0 \leq c \leq C, c \in \mathbf{Z} \quad (4)$$

式中: M_1 和 N_1 是当小波系数属于尺度 $s=1$ 时, B 函数的输入参数; $M_{s,b}^{f,c}$ 和 $N_{s,b}^{f,c}$ 是当小波系数属于尺度 s 、其父亲系数的状态为 f 、尺度内上下文矢量的编号为 c 、且该小波系数在子带 b 内时, B 函数的一组输入参数,称为一组超参数。

这种先验模型的优点是它比传统的 spike-and-slab 分布能更准确地捕获到小波系数尺度内的相关性,尤其是这种模型可以自适应于小波系数不同方向上的局部变化。

1.2 图像小波系数尺度内的上下文建模

上下文建模在图像压缩和图像去噪等方面有广泛的应用^[10-12]。在 JPEG2000^[10]中,按照方向将当前系数的 3×3 邻域的 8 个系数划分为水平、垂直和对角 3 类,并根据每一类小波系数中显著小波系数的个数将当前系数的 3×3 邻域的上下文矢量化为 9 种,本文中的上下文建模借鉴了这种方法。

本文选取当前系数的 3×3 、 5×5 和 7×7 邻域进行上下文建模,以 5×5 邻域为例给出本文的算法。

图像信号经过小波变换之后,除了直流系数之外,有水平低通、垂直高通子带(HL),水平高通、垂直低通子带(LH)和水平高通、垂直高通子带(HH) 3 种子带。在 HL 子带内,水平方向的相关性强于垂直方向和对角方向的相关性。同理,在 LH 子带内,垂直方向的相关性强于水平方向和对角方向的相关性。在 HH 子带内,对角方向的相关性起主要作用。因此,将小波系数 $a_{i,j}$ 的 5×5 邻域内的小波系数按相关性的不同分为 4 类,分别记为 d 、 h 、 v 、 l , 如图 1 所示。

d	l	v	l	d
l	d	v	d	l
h	h	a_{ij}	h	h
l	d	v	d	l
d	l	v	l	d

图 1 小波系数的 5×5 邻域的分类

对每类小波系数,分别给定一个门限值,根据每一类小波系数中显著小波系数的个数来判断该类的显著性状态。如果该类中的显著小波系数的个数大于等于该类所对应的门限值,该类显著;反之,该类非显著。每一类小波系数有 2 种状态,即显著或者非显著,那么 4 类小波系数的显著性状态就有 16 种。

门限值的设定在每类系数的显著性判断中具有很重要的作用。在每一种子带内,其相关性最强的类的门限值取小,其他 3 类的门限值取大。本文算法中门限值的选取是通过实验获得的优化值,如表 1 所示。

表 1 本文算法 5×5 邻域门限值的设置

子带类型	d	h	v	l
HL	6	2	4	7
LH	6	4	2	7
HH	4	4	4	5

在每一种子带内的 16 种上下文可以用全部 16 个 4 位二进制数表示,每一位表示一类系数的显著性,从高位到低位分别表示 d 、 h 、 v 、 l 类,这样 4 位二进制数从 0000 到 1111 递增,就得到了 16 种上下文矢量。下文中的上下文矢量的编号是 4 位二进制数的十进制形式。

2 基于新的小波系数先验模型的 Bayesian 压缩感知算法

2.1 使用马尔科夫链-蒙特卡洛方法^[6]的 Bayesian 推理

首先,需要说明,本文的压缩感知重建算法是将小波系数的直流部分直接保留,仅高频系数进行压缩感知重建,高频部分的小波系数的总个数是 P ,每个尺度 s 上小波系数的个数是 P_s 。观测矢量服从如下的高斯分布

$$\mathbf{y} | \mathbf{x}, \alpha_n \sim \mathcal{N}(\Phi \mathbf{x}, \alpha_n^{-1} \mathbf{I}) \quad (5)$$

式中: $\mathbf{x}$ 是 P 维的小波系数向量; $\mathbf{I}$ 是 P 维的全 1 向

量; α_n^{-1} 是噪声方差, α_n 服从 Γ 分布; Φ 是一个 $N \times P$ 维高斯随机观测矩阵; $\mathbf{y} | \mathbf{x}, \alpha_n$ 表示观测矢量依赖于 $\mathbf{x}$ 和 α_n 。

通过马尔科夫链-蒙特卡洛方法(MCMC)迭代的方式估计条件后验概率分布 $p(\mathbf{x} | \mathbf{y}, \alpha_n, \alpha_s) = \prod_i p(x_i | y_i, \alpha_n, \alpha_s)$, 其中 α_s 是尺度 s 上小波系数的方差。在每一次 MCMC 迭代中,使用如下的条件后验分布获得采样值

$$p(x_i | \mu'_{s,i}, \alpha'_{s,i}) = (1 - \pi'_i) \delta_0 + \pi'_i \mathcal{N}(\mu'_{s,i}, 1/\alpha'_{s,i}) \quad (6)$$

$$p(\alpha_{s,i} | x_i^{(k)}) = \Gamma\left(a_0 + \frac{1}{2} A_{s,1}, b_0 + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{P_s} x_{s,l}^2\right) \quad (7)$$

$$p(\alpha_n | \mathbf{x}, \mathbf{y}) = \Gamma(c_0 + P/2, d_0 + (\mathbf{y} - \Phi \mathbf{x})^T (\mathbf{y} - \Phi \mathbf{x})/2) \quad (8)$$

$$p(\pi_s | x_i^{(k)}) = B(M_1 + A_{s,1}, N_1 + A_{s,0}) \quad (9)$$

$$p(\pi_{s,b}^{f,c} | x_i^{(k)}) = B(M_{s,b}^{f,c} + A_{s,b,1}^{f,c}, N_{s,b}^{f,c} + A_{s,b,0}^{f,c}) \quad (10)$$

式中: $\mu'_{s,i}$ 是推理过程中得到的尺度 s 上第 i 个小波系数的期望; $\alpha'_{s,i}$ 是推理过程中得到的尺度 s 上第 i 个小波系数方差的倒数; π'_i 是第 i 个小波系数的显著概率; $A_{s,1}$ 表示尺度 s 上显著小波系数的个数; $A_{s,0}$ 表示尺度 s 上非显著小波系数的个数; $x_{s,l}$ 表示尺度 s 上的第 l 个数; $x_i^{(k)}$ 表示第 k 次迭代中的第 i 个数; $A_{s,b,1}^{f,c}$ 是满足如下条件的小波系数的个数,在尺度 s 上、位于子带 b 内且父亲系数的状态为 f 、邻域内上下文矢量的编号为 c , 同时该系数是显著小波系数; $A_{s,b,0}^{f,c}$ 与 $A_{s,b,1}^{f,c}$ 类似,只是所统计的系数是非显著的。

参数 $\mu'_{s,i}$ 、 $\alpha'_{s,i}$ 定义如下

$$\alpha'_{s,i} = \alpha_{s,i} + \alpha_n \Phi^T \Phi_i \quad (11)$$

$$\mu'_{s,i} = \frac{1}{\alpha'_{s,i}} \alpha_n \Phi_j^T \mathbf{y}'_j, \quad \mathbf{y}'_j = \mathbf{y} - \sum_{l=1, l \neq j}^P \Phi_l \mathbf{x}_l \quad (12)$$

$$R = \frac{\pi'_i}{1 - \pi'_i} = \frac{\pi_i}{1 - \pi_i} \frac{\mathcal{N}(0 | 0, \alpha_s^{-1})}{\mathcal{N}(0 | \mu'_{s,i}, \alpha'_{s,i})} \quad (13)$$

在 MCMC 迭代前,首先设置好小波系数和超参数的初始值 $\mathbf{x}$ 、 a_0 、 b_0 、 c_0 、 d_0 、 M_1 、 N_1 、 $M_{s,b}^{f,c}$ 和 $N_{s,b}^{f,c}$ 。在第 j 次 MCMC 迭代中,系数 $x_i^{(j)}$ 通过条件后验分布式(6)进行采样获得更新,然后利用新的 $x_i^{(j)}$,通过式(7)使 $\alpha'_{s,i}$ 获得更新, α_n 通过式(8)获得更新, $\pi_i^{(j)}$ 可以通过式(9)和式(10)获得更新。最后,再通过式(11)和式(12)得到 $\alpha'_{s,i}$ 和 $\mu'_{s,i}$ 。式(13)中的 R 用来判断某一个系数的显著性状态:如果一个在 0

到 1 上均匀分布的随机变量 r 大于 R , 那么当前系数是非显著的; 反之, 当前系数是显著的。

2.2 超参数 $M_{s,b}^{f,c}$ 和 $N_{s,b}^{f,c}$ 的设置原理

由概率论知识可知, $B(M_{s,b}^{f,c}, N_{s,b}^{f,c})$ 的期望值为 $M_{s,b}^{f,c} / (M_{s,b}^{f,c} + N_{s,b}^{f,c})$, 在本文算法中将 $M_{s,b}^{f,c} + N_{s,b}^{f,c}$ 设为固定值 $M_{s,b}^{f,c} + N_{s,b}^{f,c} = P_s$ 。

在 1.2 节中将当前系数的 5×5 邻域内的 24 个系数的上下文量化为 16 种, 也就是说当前系数的 5×5 邻域内的 24 个系数整体的显著性有 16 种状态, 用 T_c^b 表示待估计系数处于子带 b 、且其邻域的上下文为 c 时, 其邻域的状态。下面, 以 HL 子带内的超参数设置为例, 具体步骤如下。

(1) 在 HL 子带内, 满足父亲系数非显著, 相关性最强的小波类非显著的小波系数的邻域内的上下文总共有 8 个, 相应的 5×5 邻域的显著性有 8 种状态, 分别为 $T_0^{\text{HL}}, T_1^{\text{HL}}, T_2^{\text{HL}}, T_3^{\text{HL}}, T_8^{\text{HL}}, T_9^{\text{HL}}, T_{10}^{\text{HL}}$ 和 T_{11}^{HL} 。由小波零树结构^[6]的性质可知, 当父亲系数非显著时, 孩子系数在很大概率上也是非显著的, 又由于相关性最强的类非显著, 因此这 8 种状态显著的概率都很小。将 8 种状态按照概率大小升序排列为

$$P(T_0^{\text{HL}}) < P(T_1^{\text{HL}}) < P(T_2^{\text{HL}}) < P(T_8^{\text{HL}}) < P(T_3^{\text{HL}}) < P(T_9^{\text{HL}}) < P(T_{10}^{\text{HL}}) < P(T_{11}^{\text{HL}}) \quad (14)$$

显著性越强意味着当前小波系数是显著系数的概率越大, B 函数的期望就应该越大。因此, 每一种状态相应的超参数 $M_{s,b}^{f,c}$ 应该满足如下的不等式

$$M_{s,\text{HL}}^{0,0} < M_{s,\text{HL}}^{0,1} < M_{s,\text{HL}}^{0,2} < M_{s,\text{HL}}^{0,8} < M_{s,\text{HL}}^{0,3} < M_{s,\text{HL}}^{0,9} < M_{s,\text{HL}}^{0,10} < M_{s,\text{HL}}^{0,11} \quad (15)$$

通过实验分别设置如下

$$\frac{P_s}{4P} < \frac{P_s}{3.5P} < \frac{P_s}{3P} < \frac{P_s}{2.5P} < \frac{P_s}{2P} < \frac{P_s}{1.5P} < \frac{P_s}{P} < \frac{P_s}{0.5P} \quad (16)$$

(2) 在父亲系数显著或者父亲系数非显著、相关性最强的小波类显著的情况下, 当前系数的邻域状态为 T_{14}^{HL} 和 T_{15}^{HL} 时, 由于当前系数邻域内的小波系数绝大多数是显著的, 考虑到小波系数的家族聚集性, 当前系数在很大的概率上是显著小波系数, 因此 $M_{s,\text{HL}}^{f,14}$ 和 $M_{s,\text{HL}}^{f,15}$ 要设为大值。当前系数的邻域为其他状态时, 认为当前系数显著的概率是 0.5, 相应的超参数设为 $\frac{P_s}{2}$ 。如下所示

$$M_{s,\text{HL}}^{0,4} = M_{s,\text{HL}}^{0,5} = M_{s,\text{HL}}^{0,6} = M_{s,\text{HL}}^{0,7} = M_{s,\text{HL}}^{0,12} =$$

$$M_{s,\text{HL}}^{0,13} = \frac{P_s}{2} < M_{s,\text{HL}}^{0,14} = M_{s,\text{HL}}^{0,15} = P_s - \frac{P_s}{4P} \quad (17)$$

$$M_{s,\text{HL}}^{1,0} = M_{s,\text{HL}}^{1,1} = \cdots = M_{s,\text{HL}}^{1,13} = \frac{P_s}{2} < M_{s,\text{HL}}^{1,14} = M_{s,\text{HL}}^{1,15} = P_s - \frac{P_s}{4P} \quad (18)$$

由上述方法得到 $M_{s,\text{HL}}^{f,c}$ 后, $M_{s,\text{HL}}^{f,c}$ 对应的超参数 $N_{s,\text{HL}}^{f,c}$ 由 $P_s - M_{s,\text{HL}}^{f,c}$ 得到, 这样 HL 子带内的超参数就设置完成了。LH 子带和 HH 子带内的超参数设置与 HL 子带内的类似, 不再赘述。

2.3 本文算法整体流程

本文基于上下文建模的 Bayesian 压缩感知重建算法的具体步骤如下。

(1) 对输入图像做离散小波变换(DWT)。

(2) 将 DWT 变换的 DC 系数直接保留。

(3) 用高斯随机变量构造 $N \times P (N < P)$ 维随机测量矩阵 Φ , 并将测量矩阵归一化。 Φ 的行数由采样率 η 决定, $N = \lfloor \eta P \rfloor$ 。用测量矩阵 Φ 对高频系数进行测量, 得到观测矢量 $y = \Phi x$ 。

(4) 用 y 和 Φ 重建小波系数: ①初始化 Bayesian 模型的参数 ($x, a_0, b_0, c_0, d_0, M_1, N_1, M_{s,b}^{f,c}$ 和 $N_{s,b}^{f,c}$); ②使用式(7)和式(8)获得 $\alpha_{s,i}$ 和 α_n , 利用式(11)和式(12)得到 $\alpha'_{s,i}$ 和 $\mu'_{s,i}$, 然后利用式(9)和式(10)计算 Bayesian 后验概率, 最后利用式(6)估计小波系数, 进行 300 次迭代; ③将每一个小波系数在后 100 次迭代中得到的估计值的期望作为重建的小波系数输出。

(5) 对保留的 DC 系数和重建高频系数做 DWT 反变换, 得到重建图像。

3 仿真结果和分析

本文选择尺度内 $3 \times 3, 5 \times 5$ 和 7×7 的邻域块, 比较了 CBCS 算法与 TSW-CS 算法、MBC 算法的重建性能。本文算法的超参数设置为 $a_0 = b_0 = c_0 = d_0 = 10^{-6}$, $[M_1, N_1] = [0.9, 0.1]P_1$ 。超参数 $M_{s,b}^{f,c}$ 和 $N_{s,b}^{f,c}$ 由 2.2 节的方法推出。

本文采用文献[13]的 50 幅 256×256 像素的 256 级灰度的测试图像。为加快实验进度, 将图像在 Photoshop CS2 上转化为尺寸为 128×128 像素的 256 级灰度的图像, 并将其分为 5 组, 分别为 Building、People、Sar、Field 和 Mixture。此外也对一幅尺寸为 256×256 像素的 256 级灰度的图像 Lena 进行了实验。如果不加说明, 所采用的小波变换均使用 B9/7 滤波器进行 3 级小波分解。

3.1 0.5 采样率下的性能比较

在采样率为 0.5 时, 给出了 5 组图像的平均峰

值信噪比 (PSNR) 重建性能指标 ζ , 如表 2 所示。可以看出, CBCS 算法和 TSW-CS 算法都明显优于 MBC 算法, 其重建 PSNR 可以高出后者 3~5 dB。CBCS 算法在 3×3 和 7×7 邻域时, 重建性能略低于 TSW-CS 算法, 但在 5×5 邻域时, 其重建性能优于 TSW-CS 算法。

对于 People 图像, CBCS 算法在 5×5 邻域时的重建性能比 TSW-CS 算法提高得最多, 为 0.76 dB, 其次分别是 Building、Mixture、Field 和 Sar, 重建性能分别提高了 0.62、0.58、0.31 和 0.24 dB。

表 2 5 组图像的平均性能比较

算法	邻域	ζ/dB				
		Building	People	Sar	Field	Mixture
MBC		26.40	28.08	24.00	28.76	28.74
TSW-CS		30.52	32.64	27.92	32.86	33.62
CBCS	3×3	30.41	32.61	27.68	32.65	33.54
	5×5	31.14	33.40	28.16	33.17	34.20
	7×7	30.37	32.65	27.69	32.69	33.57

CBCS 算法考虑了水平、垂直和对角 3 个方向上小波系数的相关性, 对于方向性明显的图像, 在压缩感知的重建中可以很好地推测出来。对于 Cameraman 图像, 分别使用 TSW-CS 算法、CBCS 算法和邻域未分类的 CBCS 算法重建图像, 结果如图 2 所示。其中, 邻域未分类的 CBCS 算法是将 5×5 邻域的系数看作一类, 其门限值由实验获得为 18。



图 2 3 种算法对 Cameraman 的重建图像

对 Cameraman 图像的计算结果表明, TSW-CS 算法、CBCS 算法和邻域未分类的 CBCS 算法的重建 PSNR 值 ξ 分别为 31.94、33.13 和 32.52 dB。可以看出, 邻域未分类的 CBCS 算法的性能比 TSW-CS 好 0.58 dB, 但是 CBCS 算法的性能又比前者算法的性能提高了 0.61 dB。

3.2 不同采样率下的性能

采用 128×128 像素的灰度图像 Lena 进行重建, 在不同采样率下得到的重建性能曲线如图 3 所示。从图中可以看出, CBCS 算法和 TSW-CS 算法的性能均优于 MBC 算法, 尤其是在低采样率时, MBC 算法的重建性能很差, 而 CBCS 算法和 TSW-CS 算法的重建性能远远优于 MBC 算法的重构性能。在高采样率时, 随着采样率的增大, MBC 算法的重建性能指标几乎不变, 而 CBCS 算法和 TSW-CS 算法的重建性能指标则随着采样率的增大继续增大。CBCS 算法在 3×3 和 7×7 邻域时, 性能与 TSW-CS 算法相当, 在 5×5 邻域, 当采样率大于 0.4 时, 明显优于 TSW-CS 算法。

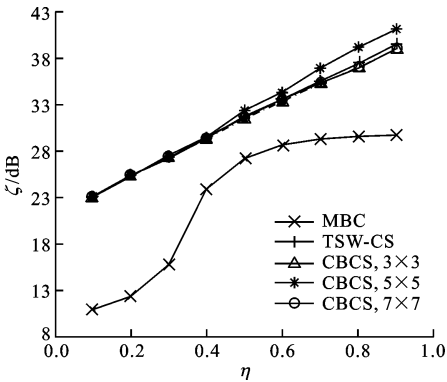


图 3 3 种算法在不同采样率下对 Lena 的重建性能

从以上 2 个实验中可以得出结论: CBCS 算法选取 5×5 的邻域最合适。因此, 以下实验中只比较 5×5 邻域时 CBCS 算法与 TSW-CS 算法的性能。

3.3 CBCS 算法对 256×256 像素图像的重建性能

图 4 为采用 2 种算法对一幅 256×256 像素的标准测试图像 Lena 在采样率 $\eta = 0.5$ 时, 分别进行 3、4 级小波变换时的重建图像。

计算结果也表明: 在 3 级小波变换时, TSW-CS 算法和 CBCS 算法的 ξ 值分别为 34.57 和 35.33 dB, CBCS 算法的重建性能比 TSW-CS 算法的重建性能提高了 0.76 dB; 在 4 级小波变换时, TSW-CS 算法和 CBCS 算法的 ξ 值分别为 34.06 和 35.11 dB, CBCS 算法的重建性能比 TSW-CS 算法的重建性能提高了 1.05 dB。可见, 在小波分解级数较大时, CBCS 算法比 TSW-CS 算法的重建性能更好。

(a) $L=3$, TSW-CS(b) $L=3$, CBCS(a) $L=4$, TSW-CS(b) $L=4$, CBCS

图4 在3、4级小波变换下2种算法对Lena的重建图像

4 结 论

本文提出了一种基于小波系数尺度内上下文建模的 Bayesian 压缩感知重建算法。在该算法中,通过上下文建模的形式使得小波系数的概率分布自适应于图像内容在空间上的变化,最终使图像重建性能得到了明显的提升。实验结果表明,相对于目前有代表性的压缩感知重建算法,本文算法取得了显著的性能提升。

参考文献:

- [1] MALLAT S, ZHANG Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [2] PATI Y C, REZAIFAR R, KRISHNAPRASAD P S. Orthogonal matching pursuit: recursive function approximation with applications to wavelet decomposition [C]//Proceedings of 27th Asilomar Conference on Signals, Systems and computers. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1993: 40-44.
- [3] NEEDELL D, TROPP J. Greedy signal recovery review

- [C] // Proceedings of 42nd Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. Piscataway, USA: IEEE, 2008: 1048-1050.
- [4] SIMONCELLI E P. Bayesian denoising of visual images in the wavelet domain [M]//MULLER P, VIDAKOVIC B. Lecture Notes in Statistics. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1999: 291-308.
- [5] BARANIUK R G, DUARTE M F, HEGDE C. Model-based compressive sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(4): 4036-4048.
- [6] He Lihan, CARIN L. Exploiting structure in wavelet-based Bayesian compressive sensing [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(9): 3488-3497.
- [7] WU Jiao, LIU Fang, JIAO Licheng, et al. Multivariate compressive sensing for image reconstruction in the wavelet domain: using scale mixture models [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2011, 20(12): 3483-3494.
- [8] DENG Chenwei, LIN Weisi, LEE Bu-sung, et al. Robust image coding based upon compressive sensing [J]. IEEE Transactions on Multimedia, 2012, 14(2): 278-290.
- [9] ISHWARAN H, RAO J S. Spike and slab variable selection: frequentist and Bayesian strategies [J]. The Annals of Statistics, 2005, 33(2): 730-773.
- [10] 胡栋. 静止图像编码的基本方法与国际标准 [M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2003: 196-197.
- [11] CHANG S G, YU Bin, VETTERLI M. Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(9): 1522-1531.
- [12] WU Xiaolin. High-order context modeling and embedded conditional entropy coding of wavelet coefficients for image compression [C]//Proceedings of 31st Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1997: 1378-1382.
- [13] Computer Vision Group of University of Granada. Test images [EB/OL]. [2012-04-18]. <http://decsai.ugr.es/cvg/dbimagenes/index.php>.

(编辑 刘杨)